

НЕМНОГО О ФРАКТАЛАХ

Это не страничка по домоводству, как может показаться на первый взгляд. На рисунках представлены необычные примеры самоподобных множеств — одного из простейших и легко поддающихся изучению классов фракталов.

Множество K называется *самоподобным множеством*, или *аттрактором* системы сжимающих подобий $\{f_1, \dots, f_m\}$, если K является объединением своих уменьшенных копий $K=f_1(K) \cup \dots \cup f_m(K)$.

Мы можем обобщить последнее определение, если положим, что у нас есть несколько множеств, скажем, K_1, \dots, K_n , и каждое из этих множеств составлено из уменьшенных копий этих же множеств, взятых в определенном порядке. В этом случае говорят, что набор компактных множеств K_1, \dots, K_n является аттрактором граф-ориентированной системы сжимающих подобий.

Геометрия самоподобных множеств является разделом *фрактальной геометрии*, которая бурно развивается последние 25 лет. Подробнее об этих удивительных математических объектах — в будущих выпусках журнала.



Эти изящные плетеные фигуры — 2-мерные аттракторы граф-ориентированных систем подобий

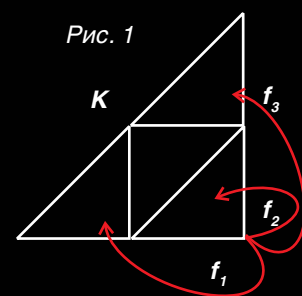


Рис. 1



Рис. 2

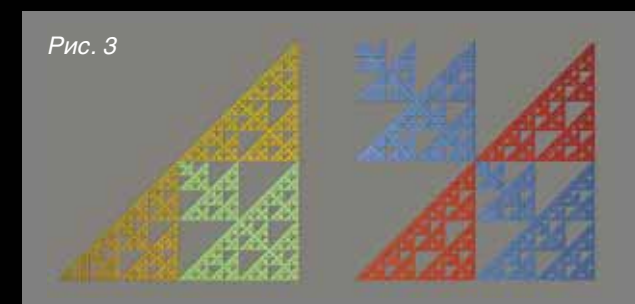


Рис. 3

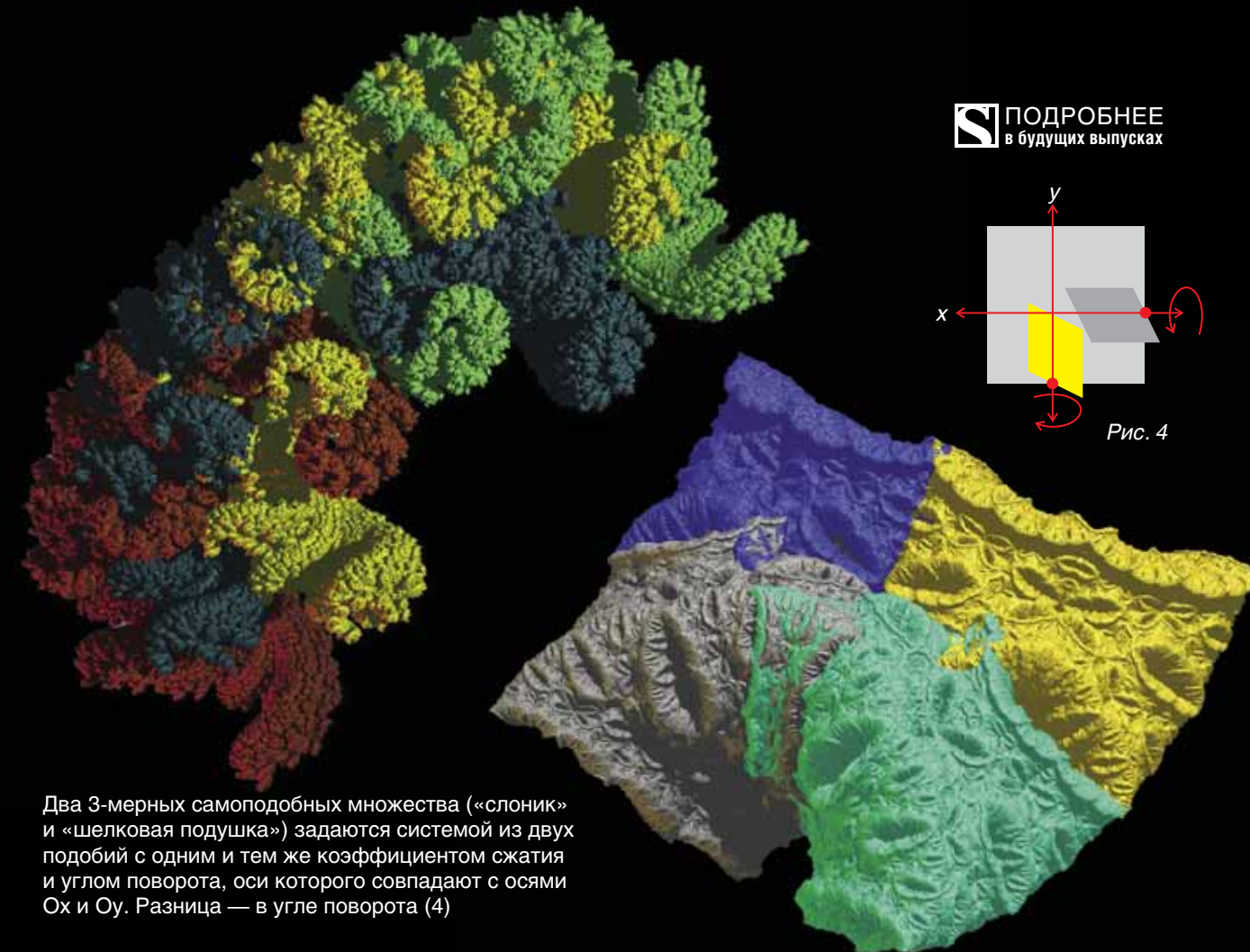
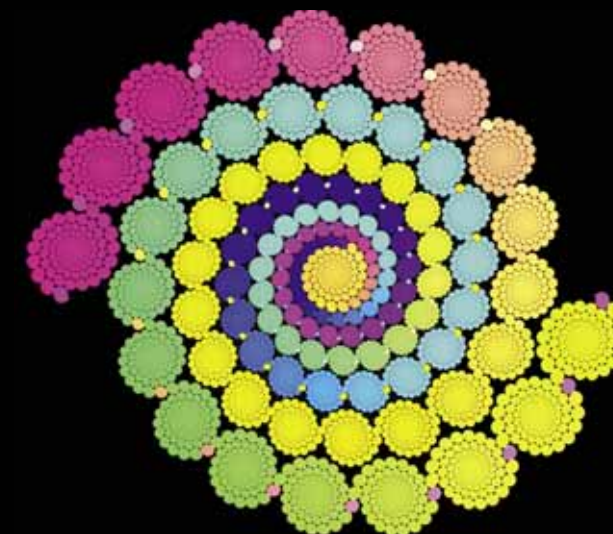


Рис. 4

Два 3-мерных самоподобных множества («слоник» и «шелковая подушка») задаются системой из двух подобий с одним и тем же коэффициентом сжатия и углом поворота, оси которого совпадают с осями Ox и Oy . Разница — в угле поворота (4)

«Коврик» — одна непрерывная кривая без самопересечений (жорданова дуга), размерность которой близка к 2



(1) Схематическое изображение множества K . Стрелками показаны отображения подобия, переводящие K в его уменьшенные копии. При этом множество K однозначно задается системой подобий $\{f_1, \dots, f_m\}$;
(2) Изображение готового множества K ;
(3) Аттрактор граф-ориентированной системы сжимающихся подобий

Все изображения построены алгоритмом трассировки лучей с помощью оригинальной программы IFS Builder 3d (разработчики — Д. Мехонцев и А. Кравченко, Новосибирский государственный университет)

Публикация подготовлена к.ф.-м.н. А. В. Тетеновым, зав. кафедрой математического анализа Горно-Алтайского государственного университета